EXERCICES SUR LES NOMBRES COMPLEXES

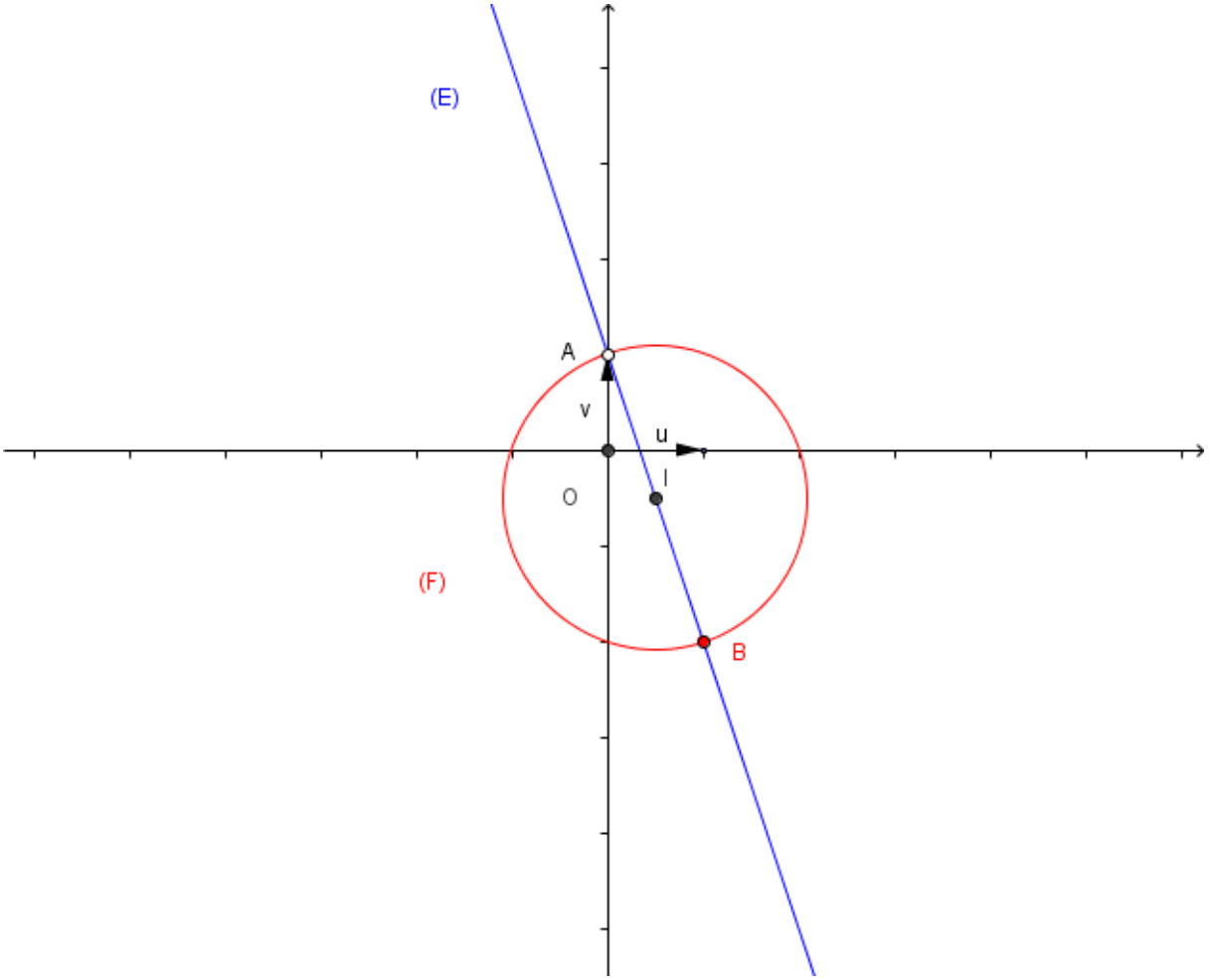
b) Ensemble des points M(z) pour lesquels Le point M'(Z) appartient à l'axe des imaginaires (F)

$$\text{Re}(Z) = X = \frac{x^2 - x + y^2 + y - 2}{x^2 + (y-1)^2} \quad \text{et} \quad \text{Im}(Z) = Y = \frac{3x + y - 1}{x^2 + (y-1)^2}$$

M'(Z) appartient à l'axe des imaginaires signifie que $\text{Re}(Z) = 0$.

$$\Leftrightarrow X = \frac{x^2 - x + y^2 + y - 2}{x^2 + (y-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - x + y^2 + y - 2 = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{2} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$$

On reconnait l'équation cartésienne du cercle Γ de centre le point $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ et de rayon $r = \sqrt{\frac{5}{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

Ainsi l'ensemble (F) est le cercle d'équation $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}$ privé du point $A(i)$.